

Líneas posibles de avance del modelo de Sraffa

Antonio MORA PLAZA
Fundación Sindical de Estudios de CCOO

Received: 30/11/2015

Accepted: 17/05/2016

Resumen

Diversas consideraciones históricas e ideológicas han impedido la difusión de la obra fundamental de Sraffa *Producción de mercancías por medio de mercancías*. La obra de Sraffa ha sido estudiada fundamentalmente en sus aspectos matemáticos por economistas tales como Garegnani, Abraham-Frois, Pasinetti, Steedman, Kurz, Roncaglia, etc. pero sin desarrollar apenas sus aspectos teóricos y económicos. En este artículo se hacen algunas consideraciones sobre posibles desarrollos del libro de Sraffa a partir de su propio esquema de pensamiento.

Palabras clave: Sraffa, análisis económico, consideraciones teóricas, desarrollos futuros

Abstract

Several historical and ideological considerations have prevented the diffusion of the Sraffa's masterpiece *Production of commodities by means commodities*. The Sraffa's book has been studied by economists such as Garegnani, Abraham-Frois, Pasinetti, Steedman, Kurz, Roncaglia, etc. but these authors comment on some mathematical aspects of the mentioned book without developing his theoretical and economic analysis. This article makes some considerations about the Sraffa's book trying to develop his same reasoning.

Keywords: Sraffa, economic analysis, theoretical considerations, future developments

JEL Classification: B51

1. Líneas de avance en el modelo de Sraffa

Por diversas consideraciones históricas e ideológicas, la obra de Piero Sraffa no se ha desarrollado a diferencia de lo que ha ocurrido con el modelo marginalista de Gössen, Menger, Jevons y Walras. Incluso el propio modelo keynesiano, al menos hasta la década de los 70 del siglo pasado, ha tenido su evolución.¹ Hoy se habla siempre de post-keynesianismo, al menos desde el punto de vista académico. Ya sabemos que lo que ha triunfado en la práctica es la ideología de mercado cuando hay beneficios y el intervencionismo cuando hay pérdidas. Incluso el keynesianismo de la síntesis (Samuelson) ha sido relegado en la práctica de los gobiernos e instituciones por los modelos derivados de Hayek, Friedman, la corriente austríaca, etc. Por desgracia, Sraffa ha sido arrinconado a lo curioso, a lo anecdótico, salvo en Italia quizá por ser Sraffa italiano, de Turín para más señas. La inmensa mayoría de los autores que se han acercado a la obra de Sraffa lo han hecho desde el punto de vista matemático, mejorando sus conclusiones, acotándolas, pero sin nuevas hipótesis, sin apenas desarrollos intelectuales en lo referente al análisis económico. Ejemplo de ello son las obras de Kurz, Schefold, Steedman, Pasinetti, Garegnani,

¹ En castellano se puede leer el excelente libro de Norberto E. García *La crisis de la Macroeconomía*, 2010, Marcial Pons. A. Roncaglia elige tres posibles interpretaciones de Sraffa a partir de tres autores que trabajaron –como dicen los ingleses– la obra del economista italiano: Pasinetti, Garegnani y Labyni. El primero correspondería a una visión ricardiana, la de Garegnani a una interpretación marxista y la de Labyni a una smithiana (A. Smith). No voy a discutir a Alessandro Roncaglia y su conocimiento enciclopédico de la historia del análisis, pero en todo caso en este artículo se ha intentado una interpretación esraffiana de Sraffa, es decir, se pide un desarrollo de Sraffa, de sus fundamentos y de su integración con otros autores, desde el núcleo duro de su obra que es la teoría del excedente de los bienes reproducibles. Esto es lo que permite la oquedad de Sraffa en otros aspectos del análisis económico.

Roncaglia, etc. Al final del presente artículo haré algunos comentarios al respecto, pero leyendo a estos estudiosos de Sraffa siempre se tiene la impresión de que los carros de las matemáticas han ido por delante de los bueyes de la economía. Y sin embargo la obra de Sraffa, desde el punto de vista del autor de este trabajo, bien podría erigirse en los fundamentos de todo el análisis económico. Con más precisión, debería ser la alternativa a la microeconomía que se enseña y constituir a su vez los fundamentos de la macroeconomía de raíz keynesiana, que también se enseña, aunque sólo se enseña; no se aplica. Aquí se proponen algunas líneas de avance del modelo de Sraffa para el futuro sin perder su esencia, pero desarrollándolo, subsanándolo de sus defectos, avanzando nuevas hipótesis e integrándolo con otros autores, con un doble objetivo esto último: crear modelos integrados de análisis económico y ayudar, en todo caso, a dotar de fundamento los análisis de esos otros autores.

A) Se propone avanzar generalizando en el modelo de Sraffa pero partiendo siempre él. Por eso se propone una ecuación como:

$$(a1) \quad \underset{1 \times n}{P} \underset{n \times n}{Y} = \left[\underset{1 \times n}{L} \underset{n \times n}{W} + \underset{1 \times n}{P} \underset{n \times n}{X} \right] \underset{n \times n}{(I_d + G)}$$

O bien:

$$(a2) \quad \underset{1 \times n}{P} \underset{n \times n}{Y} = \left[\underset{1 \times n}{L} \underset{n \times n}{W} + \underset{1 \times n}{P} \underset{n \times n}{X} \right] \underset{n \times n}{\otimes} (\underset{n \times n}{I} + \underset{n \times n}{B})$$

Esta última si optamos por el producto aritmético del margen de las ganancias $I+B$ en lugar del producto *matricial*² I_d+G . Como es habitual, los precios P son n , la matriz de productos finales la entendemos en general de producción conjunta -relegando la producción simple a un caso particular-; L es el vector horizontal de *inputs* de trabajo, W es una matriz de salarios que puede contener $n \times n$ elementos o ser simplemente diagonal y quedar con n , I_d es el vector diagonal de unos y G es la matriz diagonal de tasas de ganancia; B sería el equivalente aritmético de G , pero entonces la matriz I que le acompaña sería una matriz $n \times n$ de unos y no diagonal. Sraffa justifica el criterio de los salarios *post-factum* que él emplea, pero no nos convence porque los empresarios y empresas consideran los salarios como parte de los costes. Es verdad que, como considera Sraffa al principio de su obra, parte de los salarios pueden considerarse que forman parte de los medios de producción en pie de igualdad con el petróleo o con las materias primas³ y sólo una parte sería parte del excedente, que es lo que representan los salarios explícitos w o W . Esta línea de modernización la consideramos imprescindible aunque, a la postre, no cambia nada las conclusiones de Sraffa sobre el excedente, los capitales fijos, la producción conjunta, la diferenciación entre bienes básicos y no básicos, el desplazamiento de las técnicas, etc. Pero con los salarios *pre-factum* que representan las ecuaciones (a1) o (a2) nos acercamos a la realidad sin perder un ápice capacidad explicativa, es decir, sin caer por ello en un mero empirismo. Con los salarios *pre-factum* nos alejamos de los clásicos y su fondo de salarios (David Ricardo) pero dotamos de mayor realismo al modelo y, por ello, la traición merece la pena.

Pasar de tasas unitarias de ganancias y salarios a tasas múltiples tiene además una consecuencia importante. Sabemos de las dificultades de la producción conjunta para obtener la mercan-

² Siempre se puede establecer una equivalencia entre la tasa aritmética B y la tasa matricial G igualando el valor del producto, es decir PY , entre ambas ecuaciones. El autor de este trabajo ha desarrollado y generalizado la obra de Sraffa (*Descifrando a Sraffa*) con la tasa matricial de ganancias G por esa tendencia que tenemos los humanos -salvo los genios que son capaces de romper todos los moldes- de pensar inercialmente. Sin embargo, con el tiempo y tras bregar con la obra de Sraffa casi una década, me di cuenta que la forma óptima de esa generalización es el producto aritmético B porque se acerca de forma más directa y natural al comportamiento de empresarios y empresas como decía. No obstante, ello no cambia nada las conclusiones que se derivan de las nuevas hipótesis, aunque sí son ligeramente diferentes las ecuaciones que soportan esas conclusiones económicas.

³ Epígrafe 8 de *Producción de mercancías por medio de mercancías*.

cía-patrón,⁴ para obtener soluciones positivas del vector de precios y para diferenciar entre bienes básicos y no básicos, también en la producción conjunta en este caso. Con tasas múltiples de salarios y ganancias parte de estas dificultades quedan resueltas, aunque no tengamos nunca –a diferencia de la producción simple– una condición suficiente que permita obtener en el modelo precios y multiplicadores positivos. Con tasas múltiples toda la obra de Sraffa cobra un sentido distinto del que tiene con tasas unitarias, se alcanza un mayor realismo sin perder su carácter teórico y relega a buena parte de la obra sobre Sraffa de Kurz, Steedman, Schefold, Pasinetti, Abraham-Frois, etc. a un análisis meramente matemático ya superado.⁵ Estos y otros autores se quedaron cómodamente instalados en las tasas unitarias porque eso permite aplicar el teorema de Perron-Frobenius en la producción simple para obtener y asegurar un vector de precios positivos y unos multiplicadores, también positivos, en la creación, en este caso, de la mercancía-patrón. Al saltar a tasas múltiples de ganancias y salarios no sólo se dota de mayor realismo al modelo sino que se incrementan notablemente los grados de libertad. El modelo de Sraffa, a pesar de lo revolucionario que es en algunos aspectos –formación de los precios, tasa máxima de ganancia, mercancía-patrón, teoría del capital, etc.– no deja por ello de ser un modelo de equilibrio general para funciones discretas. La razón de ello es que el vector de precios \mathbf{P} que multiplica a los productos finales \mathbf{Y} es el mismo que el que lo hace con los medios de producción \mathbf{X} . Podemos considerar esto como un defecto, pero defecto subsanable; es decir, el modelo de Sraffa se puede dinamizar emparentándolo con el de Von Neumann, por poner un ejemplo. Al aumentar los grados de libertad del modelo, es decir, al superar notablemente el número de incógnitas de la ecuación de definición (1) respecto al número de ecuaciones nos impide determinar un valor único en los precios. Pero esto es lo que ocurre en el mundo real. Dicho de otra forma, el modelo de Sraffa se corresponde con el comportamiento de los que toman decisiones en el mundo real sobre precios, salarios y ganancias, dotando estas decisiones de unos grados de libertad de los que carecen los modelos marginalistas, tanto los de origen marshalliano (equilibrio parcial) como los de origen walrasiano (equilibrio general). El modelo les dice que son libres de elegir una infinitud de estos valores siempre que se cumpla –queden acotados– a la ecuación (1). Tasas múltiples de salarios y ganancias otorgan más posibilidades de obtener soluciones positivas de los precios en la resolución del sistema de ecuaciones de Sraffa, aunque no lo asegura. La razón de esto último es la de que los precios positivos dependen del tamaño del excedente en términos generales y del excedente en particular de cada bien o servicio considerado. En todo caso, la producción conjunta –de la que más adelante diremos algo– no nos nunca condiciones suficientes para obtener precios positivos.

B) Ya hemos dichos que lo de los salarios y ganancias unitarios no justifica adecuadamente el comportamiento de gestores y empresas en general, pero ello depende de lo que se pretenda y del tema que tratemos. Por ejemplo, para estudiar el excedente esa diferencia es meramente formal, pero para construir una teoría de la competencia o del monopolio de origen esraffiano es vital tener esa panoplia de tasas de salarios y de ganancias. Una teoría a partir de Sraffa que tratara la competencia y monopolios mencionados podría constituirse a partir de estos supuestos: una economía –o sector o proceso– que tendiera a la competencia sería aquella en la que las desviaciones típicas de las ganancias tendieran a cero; por el contrario, los sectores o procesos que tendieran o estuvieran inmersos en el monopolio serían aquellos cuyas sus tasas de ganancia tendieran ¡a las tasas máximas de ganancia! Con lo anterior ya estamos apuntando a la impor-

⁴ De hecho sabemos que sólo la podremos calcular en determinados supuestos y no en otros porque la condición necesaria para ello es que estemos en la producción simple.

⁵ No piense el lector que el autor de este artículo reniega de las matemáticas aplicadas al modelo de Sraffa o a la economía. Todo lo contrario, en el caso de *Producción de mercancías por medio de mercancías* es imprescindible el uso del álgebra matricial desde el primer momento, desde la propia definición de excedente, porque Sraffa considera la mercancía –hoy diríamos bien o servicio– bajo dos prismas, bajo dos características: el tipo físico de bien y el proceso en el que está implicado (bien sea como medio o como producto final).

tancia del original y revolucionario concepto que introduce Sraffa de tasa máxima de ganancia.⁶ Con tasas unitarias nada de esto sería posible. No sería esta una teoría incompatible con la teoría tradicional microeconómica de los mercados de origen marshalliano y aportaría algo nuevo conceptualmente: por un lado, el límite de la tasa de ganancia máxima para llegar al monopolio; por otro, que la variable que caracterizara el mercado no sería el vector de precios en relación a los costes sino las tasas de ganancia en relación al excedente. No es pues simplemente una manera de medir el grado de monopolio –como ocurre en Kalecki– sino una nueva visión de la competencia que afectaría al conjunto de la economía y no a un sector, mercado o mercancía en particular. Y esto es válido tanto si se tiene una visión de las tasas unitarias como producto de la competencia o como producto de una consideración a largo plazo de la evolución del sistema (teoría de la gravitación).⁷

C) También todo el desarrollo de bienes básicos y no básicos debiera ser reconvertido en mi opinión. Hemos visto las dificultades que tiene esta diferenciación cuando nos adentramos en la producción conjunta a la hora de expresar formalmente y económicamente los precios debido a la imposibilidad de casar adecuadamente necesidad y producción.⁸ Sólo cuando estamos en la producción simple solventamos las dificultades porque podemos aplicar el teorema de Perron-Frobenius. Por otro lado se ha intentado una solución a partir de un artículo⁹ de Carlo Felice Manara del problema de diferenciar formal y explícitamente los bienes básicos de los no básicos y sus precios correspondientes de tal manera que los bienes básicos no dependan de los no básicos y lo mismo respecto a los precios.¹⁰ Sin embargo la solución de Manara no es satisfactoria, ni siquiera con las matizaciones y aportaciones de Pasinetti, Steedman, etc.¹¹ Por ello proponemos hacer explícitos en la ecuación que define el modelo de Sraffa los bienes no básicos. Una ecuación que haría esto sería:

$$(c1) \quad \begin{matrix} P_N & Y_N & + & P & Y \\ 1 \times n & m \times n & & 1 \times n & n \times n \end{matrix} = \begin{bmatrix} L & W + P X \\ 1 \times n & n \times n \end{bmatrix} \begin{matrix} (I_d + G) \\ n \times n \quad n \times n \end{matrix}$$

O bien

$$(c2) \quad \begin{matrix} P_N & Y_N & + & P & Y \\ 1 \times n & m \times n & & 1 \times n & n \times n \end{matrix} = \begin{bmatrix} L & W + P X \\ 1 \times n & n \times n \end{bmatrix} \otimes \begin{matrix} (I + B) \\ n \times n \quad n \times n \end{matrix}$$

Están en (c1) o (c2) explícitos los bienes no básicos (Y_N) con sus precios. El tamaño de la matriz Y_N la hemos llevado a $m \times n$ bajo el supuesto de que $m > n$. La razón de ello es que entendemos que no se puede partir de un supuesto tan casualmente inverosímil como el de que el número de

⁶Para la producción conjunta; para la producción simple su equivalente de la(s) tasa(s) máxima(s) de ganancia es la razón-patrón.

⁷Para una discusión sobre ambas interpretaciones del comportamiento en la formación de los precios puede verse la obra de Roncanglia (1978) [*Sraffa e la teoria dei prezzi*, 1975] y el libro de Kubin (1991).

⁸En el ejemplo clásico, si es inevitable una relación entre lana y leche a partir de la misma oveja puede ocurrir que no sea demandado en las mismas proporciones estos dos productos. Si sólo se emplean como bienes de consumo final asimilándolos como no básicos, no tiene importancia; en cambio si fueran parcial o totalmente usados como medios de producción de bienes básicos, ocurriría que sería incompatible la demanda y producción de, al menos, uno de los productos. Con tasas unitarias esto puede provocar que no todos los precios puedan ser positivos o que no lo sean tampoco sus multiplicadores si buscáramos la mercancía-patrón.

⁹*Sraffa's Model for the Joint Production of Commodities by means of Commodities*, 1968.

¹⁰Si los bienes básicos dependen de los no básicos y si los precios de los primeros también dependen de los segundos, toda la diferenciación que hace Sraffa entre este tipo de bienes se viene abajo.

¹¹Aparecen en la obra *Essays on the Theory of Joint Production*, que es una colección de artículos recopilados por el propio Pasinetti. El autor de este artículo está trabajando a su vez en una generalización del método de Manara que subsane al menos algunos de los defectos del criterio original del economista italiano.

bienes no básicos sea igual al de básicos (que $m=n$), que además coincidiría con el número de procesos diferentes o diferenciables.¹² Además, también es comprensible que el número de bienes no básicos distintos –los bienes que entendemos bajo otros criterios como de consumo– sea mayor que el número de bienes básicos distintos o de reproducción de los medios de producción. No obstante, podría suponerse lo contrario, aunque las consecuencias sobre la teoría de los precios serían las opuestas. Desde otras ortodoxias –o desde la ortodoxia imperante– que m sea mayor que n supondría un problema irresoluble porque en (c1) ocurriría que el número de precios a determinar de bienes no básicos sería mayor que el número de ecuaciones, lo que da $m-n$ grados de libertad. Para un modelo de origen esrafiano supone que el modelo no es capaz de determinar los precios de los productos no básicos, pero sí su valores $P_N Y_N$. Pero estos precios, aunque variables, no determinísticos, están acotados según la ecuación (c1). Para otros fines como son la determinación del excedente y su reparto, el desplazamiento de las técnicas, etc. no presenta problema tal hecho.

Abundando en lo anterior, creo que los modelos que debieran imperar en la economía en un futuro serían aquellos –como el caso del modelo de Sraffa– no determinísticos, donde los valores de las variables que lo caracterizan quedan acotados pero no determinados. En este aspecto Sraffa se adelantó a su tiempo en decenios. Habría que decir incluso y, visto el panorama de lo que se enseña en las facultades de economía en la actualidad, que tanto se adelantó que su tiempo aún no ha llegado. Los modelos determinísticos tienen un componente ideológico cual es el de justificar la situación real de la economía por más elementos indeseables que la constituyan a los ojos del juicio ético. De ahí el rechazo de Sraffa por la ideología dominante, que en materia de economía es el modelo marginalista con los aditamentos austríacos que se quiera.¹³

D) Hay otra línea que abrir en el modelo que no aparece en la obra de Sraffa en ningún momento. Me refiero al concepto de tasa máxima de salarios, concepto homólogo al de tasa máxima de ganancia que sí aparece en *Producción de mercancías por medio de mercancías* (en la producción simple es la razón-patrón). Por ello, a la ecuación llamemos generalizada de tasa máxima de ganancia tal como:

$$(d1) \quad \begin{matrix} P_N & Y_N & + & P & Y & = & P & X & (I_d + G_m) \\ 1 \times m & m \times n & & 1 \times n & n \times n & & 1 \times n & n \times n & \quad n \times n \end{matrix}$$

Habría que añadir la ecuación de tasas máximas de salarios que hemos comentado:

$$(d2) \quad \begin{matrix} P_N & Y_N & + & P & Y & = & L & W_m & + & P & X \\ 1 \times m & m \times n & & 1 \times n & n \times n & & 1 \times n & n \times n & & 1 \times n & n \times n \end{matrix}$$

Parece lógico que, puesto que las tasas máximas de ganancia surgen cuando se hacen cero los salarios, surja también una ecuación cuando se hagan cero las tasas de ganancia. Pero a esta ecuación –y a diferencia de la de las tasas máximas de ganancia– sería conveniente acotarla para que tenga un sentido económico. Esta acotación vendría dada por la inecuación:

$$(d3) \quad \begin{matrix} L & W_m & I & \leq & P_N & Y_N & I \\ 1 \times n & n \times n & & & 1 \times m & m \times n & \end{matrix}$$

¹² Y que además no parece tampoco satisfactorio la solución un tanto peregrina de Sraffa de igualar el número de procesos que dan lugar a una misma mercancía –empleando su nomenclatura– con el número de bienes que se producen conjuntamente por un mismo proceso. Sraffa empleó ese criterio con tal de no abandonar la comodidad formal y conceptual que supone trabajar con matrices cuadradas y, por tanto, invertibles directamente (salvo posibles combinaciones lineales entre sus filas y entre sus columnas). Quizá Sraffa desconociera que es posible invertir una matriz no cuadrada siempre que cumpla alguna condición que aquí no discutimos.

¹³ Un libro que da una visión actual del fracaso de los modelos económicos que se estudian en conexión con la crisis económica es el de Keen (2011), *La economía desenmascarada*, 2015.

Que indica el hecho lógico de que la masa salarial total no sea mayor que el total de bienes no básicos. Sólo una parte de los bienes de consumo son consumidos –valga la redundancia– por los trabajadores y sus familias que tienen un trabajo asalariado. De ahí ese límite. Supone también que los asalariados no consumen bienes de inversión o medios de producción. No obstante, si la ocasión lo requiere, se puede relajar este supuesto, extenderlo o anularlo.

La introducción de un nuevo concepto como el de tasa de salarios máxima –o de tasas máximas de salario, en plural– da una perspectiva nueva a la obra de Sraffa y una potencialidad que nadie ha avizorado hasta el momento dado que añade al modelo un conjunto de n ecuaciones. Permite, entre otras posibilidades, diferenciar los precios de los medios de producción de los precios de los productos finales, lo cual inyecta al modelo una buena dosis de realismo sin perder el nivel de abstracción que permite moverse en los niveles de la teoría. Resulta hasta cierto punto sorprendente que Sraffa considerara la tasa máxima de ganancia y no la tasa máxima de salarios. Una posible explicación es la de que el economista italiano encontró la relación entre tasa máxima de ganancia y la mercancía-patrón (su razón-patrón) en la producción simple y ello le reconfortaba porque resolvía en parte el problema de Ricardo de encontrar una medida objetiva del valor. En el epígrafe 22 del capítulo III de *Producción de mercancías* nos dice Sraffa que “expresaremos mediante una sola letra **R** las dos razones coincidentes, a saber, el tipo máximo de ganancia (beneficio en la traducción de L.A. Rojo) y la razón equilibradora entre el producto neto y los medios de producción”. Y sabemos que esta razón equilibradora es precisamente la razón-patrón. No es de extrañar que no quisiera Sraffa apartarse de esta conquista teórica y no abordara una extensión intelectual de su obra a partir de sus propios descubrimientos e innovaciones. Pero no por ello se justifica que los continuadores de la obra del italiano no avanzaran en este aspecto teórico que supone añadir un sistema de ecuaciones más. Más aún, al añadir un sistema nuevo de ecuaciones a los dos sistemas incorporados por Sraffa (ecuaciones a1 y a2), permite dos cosas, una de las cuales no está en Sraffa: la primera es determinar a partir de los tres sistemas de ecuaciones –los dos de Sraffa más el incorporado con el nuevo concepto de tasas máximas de salarios– una ecuación de distribución entre ganancias y salarios acotados por sus tasas máximas respectivas; la segunda cosa que permite esta incorporación es demostrar, contra todo pronóstico, que las tasas máximas de ganancia dependen sólo del excedente en términos físicos y no de las variables monetarias (precios, salarios y ganancias). Esto hubiera hecho feliz a Sraffa, estoy seguro. Ningún autor que yo sepa se ha dado cuenta de ello y el autor de este artículo cayó en ello tras casi una década estudiando y desarrollando la obra del economista turinés. La dificultad de tal hecho es la de que hasta que no incorporé la ecuación que incorpora –valga la redundancia– las tasas máximas de salarios no pude demostrar lo subrayado anteriormente, a pesar de que luego desaparece la variable –las variables– de estas tasas máximas de salarios en el curso de la demostración. Ocurre de forma análoga a los de los números complejos o imaginarios, que son necesarios para llegar a soluciones reales de determinadas ecuaciones. Las ecuaciones aquí más simples a considerar para llegar al objetivo propuesto son como siguen:

$$(d4) \quad PY = (1 + g_m)PX$$

$$(d5) \quad PY = w_m L + PX$$

Si se eliminan los precios entre el sistema de las $2n$ ecuaciones anteriores nos da la ecuación:

$$(d6) \quad g_m = \frac{LX^{-1}(Y - X)I}{LI}$$

¿Donde la tasa máxima de ganancia depende únicamente del excedente pero no de ninguna variable monetaria!¹⁴ Es esta tasa máxima el sello de identidad de un sistema definido, como el de Sraffa, por una matriz de medios \mathbf{X} , de productos finales \mathbf{Y} y de inputs de trabajo \mathbf{L} . Lo es en mayor medida que la propia razón-patrón, construida a partir de la ecuación (d4) aplicando el teorema Perron-Frobenius si estamos en la producción simple¹⁵ (es decir, si la matriz de productos finales \mathbf{Y} es una matriz diagonal). Decía que es incluso más significativa que la propia razón-patrón porque esta es obtenida a partir de (d4) ¿donde no intervienen los inputs de trabajo \mathbf{L} , a diferencia de (d6) donde sí están presentes!

E) La teoría del capital fijo es una buena aportación a estas teorías por la necesidad de diferenciar los bienes que se consumen en el período convencional de tiempo en el que se mide el equilibrio (y la reproducción del sistema) y los bienes de duración mayor que ese tiempo. Sraffa introduce un modelo que es complejo formalmente, pero algo simple y reducido en cuanto a sus conceptos. No obstante, el modelo es ampliable y relajable en sus supuestos y ello sería unas de las líneas de avance del modelo original esrafiano. En especial hay que diferenciar entre amortizaciones técnicas y financieras, emplear tipos de interés en el capital fijo diferentes de la tasa de ganancia y, por último, se debería pasar del escalar del cálculo de las anualidades de Sraffa a una matriz de anualidades para dar a cada maquinaria de la misma edad en la empresa tasas de amortización diferentes. Estas mejoras pueden enriquecer su modelo y no destruirlo o cambiarlo por otro distinto. Es decir, en lugar de trabajar con un escalar tal como $\mathbf{F}=\mathbf{r}(\mathbf{1}+\mathbf{r})^n/[(\mathbf{1}+\mathbf{r})^n-\mathbf{1}]$ se propone una matriz tal como:

$$(e1) \quad F_{sn} = \begin{bmatrix} r_{11}(1+r_{11})^{u_{11}}/((1+r_{11})^{u_{11}}-1) & \cdots & r_{1n}(1+r_{1n})^{u_{1n}}/((1+r_{1n})^{u_{1n}}-1) \\ \vdots & & \vdots \\ r_{s1}(1+r_{s1})^{u_{s1}}/((1+r_{s1})^{u_{s1}}-1) & \cdots & r_{sn}(1+r_{sn})^{u_{sn}}/((1+r_{sn})^{u_{sn}}-1) \end{bmatrix}$$

Conceptualmente no es un avance significativo, pero dota al modelo de realismo.

F) El modelo de economía de Sraffa tiene una virtud que no pudo sospechar¹⁶ el propio economista italiano: permite la planificación económica mediante la programación lineal. En efecto, podemos, por ejemplo, maximizar una medida del excedente en términos laborales tal como:

$$(f1) \quad Excedente = \frac{L(Y-X)I}{LXI}$$

Reasignando los inputs de trabajo \mathbf{L} de tal manera que el excedente sea máximo, aunque sujeto a restricciones tales como: que estas variaciones no puedan ser mayores que ciertas cantidades al año, que la cantidad de trabajo en términos agregados esté dada (demanda), que estén también acotados el uso de los medios de producción \mathbf{X} debido a la necesidad del aprendizaje y a la importación de medios, o que a corto plazo exista una relación dada entre trabajo, medios y productos finales. Y se puede hacer sin caer en el error de querer determinar los precios, cosa que deben hacerlo los mercados salvo excepciones a considerar. Merece la pena detenernos algo más en esta línea de ampliación con las posibilidades que nos da la programación lineal. Supongamos que tan sólo queremos programar el reparto del excedente pero respetando al máximo las posibilidades de la llamada economía de mercado. La visión neoclásica en lo económico -con su

¹⁴ Ni siquiera depende de la tasa máxima de ganancia w_m , lo cual resulta casi increíble contemplando a simple vista las ecuaciones (d4) y (d5).

¹⁵ Que es un sistema de producción donde cada proceso produce una sólo mercancía y donde cada mercancía es producida por un sólo proceso

¹⁶ A expensas estas conjeturas de lo que diga su correspondencia.

correlato ideológico en lo neoliberal- afirma que ni precios ni salarios han de estar mediatizados y mucho menos fijados por el Estado. Aun no siendo partidario de su fijación, sí pueden establecerse límites y acotaciones en el reparto del excedente. Supongamos una economía real definida por las ecuaciones de inspiración sraffiana siguientes:

$$(f2) \quad P_y Y = \left[L W + P_x X \right] (I + G)$$

$$(f3) \quad P_y Y = P_x X (I + G_m)$$

$$(f4) \quad P_y Y = L W_m + P_x X$$

Como se ve en (f2) hemos diferenciado tanto el número de bienes y servicios finales —que son **m**— de los medios de producción que son **n**, a la par que, lógicamente, también hemos diferenciado los precios de productos y medios mediante **P_y** y **P_x**. En (f2) están subsumidos los bienes de capital fijo,¹⁷ es decir, los bienes cuya vida media en la empresa es superior al período convencional del capital circulante (que puede ser el año natural). Tanto los medios de producción **X** como los productos finales **Y** y los inputs de trabajo equivalentes **L** están dados (dotaciones de los factores que dirían los neoclásicos). La razón de que partamos de esos datos es porque aquí nos limitamos al reparto del excedente, combinando, por cierto, mercado con planificación. La novedad que introduce Sraffa en su esquema de análisis es la existencia de unas tasas máximas de ganancia **G_m** (en Sraffa es un escalar, es decir, una sola tasa) que limitaría el tope máxima de ganancias.¹⁸ Es verdad que en la producción simple este límite no es necesario gracias a la ayuda de Perron-Frobenius, pero aquí lo tomamos como una limitación de las tasas de ganancia normales **G**. Puede fijarse una limitación o, simplemente, suponer que las tasas de ganancia **G** sean, lógicamente, menores que las tasas de ganancia máximas **G_m**. Ambas tasas máximas de salarios y ganancias están relacionadas con el total del excedente, aunque no sean el excedente, y éste puede ser uno de los límites de estas tasas máximas. Todas las tasas consideradas **G**, **G_m**, **W** y **W_m** pueden definirse mediante matrices diagonales,¹⁹ es decir, con **n** elementos, pero las tasas de salarios muy bien podrían ser de **nxn** elementos, con lo cual el modelo permitiría un acercamiento inusitada a la realidad. Obsérvese que, de momento, tenemos **3n** ecuaciones y **4n** variables (si suponemos que todas las matrices de tasas de salarios y ganancias son tan sólo diagonales). Tendríamos pues **n** grados de libertad. Hechas las consideraciones anteriores nos toca hablar del excedente, porque es este concepto central en Sraffa el objeto de la planificación que aquí se propone. Por ello sería factible y obligado introducir una ecuación —en este caso una inecuación— que expresara dicho reparto. Podría ser una tal como:

$$(f5) \quad a (P_y Y - P_x X) I \leq L W I \leq (P_y Y - P_x X) I$$

Siendo **a** un coeficiente acotado tal como **0 < a < 1** e **I** el vector vertical de unos. Con (f5) queremos asegurar a las rentas salariales —en este caso, la masa salarial— un mínimo en el reparto de la tarta del excedente, que es en nuestro caso **P_yYI - P_xXI**, y su máximo, que es el propio excedente. Esta ecuación sería básica en este modelo de planificación, pero sólo nos da una exigen-

¹⁷ Para ello simplemente hay que considerar que esos bienes no terminados tienen un valor al final de cada año antes de su salida al mercado que viene dado por los costes incurridos hasta ese momento.

¹⁸ Aunque en Sraffa estas tasas máximas surgen al hacer cero los salarios. No se trata, por tanto, de un límite arbitrario. De no observarse este límite se pondría en peligro la reproducción del sistema porque esta tasa máxima de ganancia depende del excedente y no de ninguna variable monetaria, tal como se demuestra en otro epígrafe de este artículo.

¹⁹ Ya hemos visto que, alternativamente, se pueden post-multiplicar *aritméticamente* las ecuaciones de Sraffa por **I+B**, siendo **B** una matriz **nxn** de tasas de ganancia. Lo mismo se puede hacer con las tasas máximas.

cia mínima y global de la renta, es decir, del producto neto de la economía. Una segunda línea de exigencia sería la de que las rentas salariales no tuvieran una gran dispersión entre unos trabajos y otros, reconociendo que los salarios no pueden ni deben ser iguales en todas las profesiones y trabajos. Por ello y para ello pondríamos una limitación a esa dispersión mediante coeficientes de variación máximos. Es decir, haciendo al menos para los salarios, que:

$$(f6) \text{ Coeficient e de Variación} = (\text{Desviación típica} / \text{media}) \text{ de } W \leq b$$

Siendo b un coeficiente a determinar políticamente, al igual que era a . Lo mismo podríamos hacerlo para el resto de las tasas, pero las imprescindibles sería las de los salarios. Y estas serían las acotaciones básicas de un modelo de planificación. El objetivo –la función objetivo– de la misma sería limitar o maximizar las rentas salariales respecto al excedente, es decir, la función objetivo estaría dada por:

$$(f7) \quad \boxed{\text{hallar el máximo de } LWI}$$

No obstante la función objetivo sería una decisión política. Las variables objetivo a determinar serían principalmente los salarios de la matriz W , pero también deberían ser las tasas de ganancia G . Es difícilmente concebible una planificación y reparto del excedente más respetuoso con el mercado, a la vez que aseguraría un mínimo para el global de los salarios y su distribución. Y conceptualmente extraordinariamente sencillo, muy alejado del modelo teórico de planificación que desarrolló Oskar Lange²⁰ a partir de un artículo del economista italiano Barone, planificación basada en lo que llamó la función paramétrica de los precios pero bajo conceptos marginalistas (con preocupación sobre la asignación eficiente de los recursos).

El lector puede preguntarse y con razón de dónde y cómo obtendríamos las matrices de tasas de ganancia máxima de salarios W_m y de ganancias G_m . Una primera respuesta es que estas podrían ser discrecionales, fijadas políticamente. O bien podrían hacerse depender ambas tasas del excedente relativo global, bien en términos monetarios tal como $[P_y Y - P_x X] / P_x X$, bien en términos de trabajo tal como $L[Y - X] / LX$. Lo que sí podemos establecer como relación entre tasas máximas de ganancia y salarios es que debieran satisfacer estos dos sistemas de ecuaciones:

$$(f8) \quad \boxed{LW_m = LW_m G_m^{-1} X^{-1} (Y - X)}$$

$$(f9) \quad \boxed{LW_m = LW(I + G)(G_m - G)^{-1} Gm}$$

Ni (f8) ni (f9) suponen ninguna nueva relación o condición puesto que surge de las ecuaciones (f3) y (f4). Las ecuaciones (f8) y (f9) son las únicas –junto con una tercera de salarios mínimos y de participación de las rentas salariales en el excedente²¹ tal como se han considerado en (f5)– que debiera respetar un sistema de planificación. Lo notable es que, entre ambos sistemas, ¡hemos eliminado los precios! Es decir, sea cual sea el método de determinación de los precios, estos no influyen en la asignación de recursos porque, dados los inputs de trabajo L , los medios de producción X y los productos finales Y que de los anteriores se derivan, los órganos de planificación sólo tendrían que fijar los salarios y tasas máximas,²² el mínimo salarial, los

²⁰ En la obra *On the Economic Theory of Socialism*, 1938, firmada por Lange y Fred M. Taylor, con una magnífica introducción del profesor Benjamin E. Lippincott (*Sobre la Teoría Económica del Socialismo*, 1971).

²¹ Ambas ecuaciones se convertirían en escalares puesto que se fijaría el total de la renta frente al total de la producción, por lo que los grados de libertad que se discuten más tarde sólo se verían mermados en 2.

²² No obstante los límites anteriores también podría fijarse optativamente el aseguramiento de la reproducción del sistema, es decir, el tamaño del excedente y su composición en algunos casos. Sin embargo esto último podría suponer un control de la economía quizá excesivo si fuera posible llevarlo a cabo o,

límites máximos y mínimos de las masas salariales y el grado máximo de dispersión de los salarios. Entonces los salarios pagados \mathbf{W} y las ganancias obtenidas \mathbf{G} podrían darse bajo infinitas combinaciones, pero siempre que respetaran las ecuaciones (f8) y (f9), además de la inecuación (f5) y el salario mínimo. Obsérvese los grados de libertad con los que se trabaja puesto que tenemos $2n$ ecuaciones y $4n$ variables entre tasas de ganancia y tasas de salarios (en ambos, los pagados y obtenidos y los máximos). Y eso suponiendo que consideramos que las matrices de salarios y ganancias fueran sólo diagonales. Y si consideramos que cada una de estas matrices tuvieran n^2 tasas (n filas por n columnas) lo que se obtienen son $4n^2$ tasas a fijar y determinar por el sistema frente a $2n$ ecuaciones de restricción que son (f8) y (f9), es decir, $4n^2 - 2n$ grados de libertad (aunque podrían quedar mermados por la inecuación (f5), por el máximo de dispersión de (f6) y por el salario mínimo).

Además de lo anterior, de esta (f8) se deduce –sin pérdida de generalidad– que existe una relación tal como:

$$(f10) \quad G_m = X^{-1}(Y - X)H$$

Siendo \mathbf{H} una matriz $n \times n$ diagonal o cuasi-diagonal²³ que no puede determinarse a priori. Aun así, ahora parece todo más acotado sin perder libertad para fijar criterios políticos en la distribución del excedente y no meras restricciones tecnocráticas o productivistas.

Quizá la mayor dificultad técnica –en la política no entro, aunque es inmensa, claro está– de todo lo anterior es la de encontrar el valor real de todas las variables expuestas. Es verdad que una parte de los países del planeta cuentan con tablas input-output de la economía, pero ocurre que las exigencias esrafianas en cuanto a datos son mayores que las derivadas del invento de Leontief. Para los modelos del tipo $\mathbf{I-O}$, un medio de producción \mathbf{x}_{ij} es la cantidad del bien de producción \mathbf{i} empleado (o necesario) en el sector \mathbf{j} . Pero esto es una clasificación demasiado administrativa. Para Sraffa el medio \mathbf{x}_{ij} es el bien o servicio \mathbf{i} (en Sraffa, mercancía, *commodity*) empleado o necesario en el proceso \mathbf{j} . En cualquier caso podrían utilizarse eventualmente las tablas $\mathbf{I-O}$ para las ecuaciones de (f2) como una primera aproximación.

G) En Sraffa hay implícito –y casi explícito– una teoría de la inflación no monetaria. Es una teoría sui generis, distinta de las de origen keynesiano o meramente monetaristas. En efecto, a partir de las dos ecuaciones de definición de su sistema tales como:

$$(g1) \quad PY = wL + (1 + g)PX$$

$$(g2) \quad PY = (1 + g_m)PX$$

Se obtiene la ecuación determinística de precios \mathbf{P} :

$$(g3) \quad \boxed{P = \frac{w}{g_m - r} \times LX^{-1}}$$

simplemente, imposible a pesar de que hubiera voluntad política de implementarlo. En todo caso todo lo anterior demuestra la flexibilidad que posibilitaría una hipotética planificación a partir del modelo de Sraffa, desde algunos muy laxos hasta otros quizás imposibles de implementar o no deseables.

²³ No puede ser meramente diagonal en ocasiones porque tiene que asegurar un resultado positivo a la matriz \mathbf{G}_m . Un caso particular es que \mathbf{H} fuera una matriz diagonal de unos, aunque no es fácil que se dé. La razón de ello es que el producto matricial resultante $\mathbf{X}^{-1}(\mathbf{Y} - \mathbf{X})$ puede tener algunos componentes negativos. Además la matriz \mathbf{H} debería cumplir el requisito de convertir el producto anterior –que es una matriz $n \times n$ no diagonal– en una matriz diagonal puesto que \mathbf{G}_m lo es.

Sraffa no llegó a plantear explícitamente esta ecuación, pero la tuvo en mente o sobre el papel al desarrollar el apéndice B de su obra que lleva el título *Nota sobre productos no básicos que se auto-reproducen*. Además bien pudo hacerlo porque las ecuaciones (g1) y (g2) están dibujadas por él cuando dice que “denominaremos tipo máximo de beneficio al tipo de beneficio”²⁴ que se registraría si la totalidad de la renta nacional fuera a los beneficios”.²⁵ Esto supone que los salarios que forman parte de la renta nacional –hay que entender que, en concreto, del excedente– han de ser cero. Puede observarse que a medida que la tasa de ganancia r fuera acercándose a la tasa máxima g_m , los precios aumentarían exponencialmente. En el límite, los precios tenderían al infinito. La ecuación (g1) es muy simple y puede verse modificada si añadimos funciones de distribución que relacionen las rentas wLI y g_mPXi con la producción PYI , cosa que nunca hizo Sraffa y que es una línea más de avance. En todo caso merecería alguna contrastación empírica de los grandes períodos de inflación. Nos da también un instrumento no monetario para luchar contra las inflaciones no monetarias: ¡evitar –de forma directa o, mejor, de forma indirecta– que la economía privada pueda cargar en los precios tasas de ganancia que se acerquen a las tasas máximas de ganancia, en especial en el sector de bienes básicos!²⁶

H) Se ha aceptado sin discusión el input de trabajo L , aunque el economista italiano sí hace algún comentario. Dice en concreto que “suponemos que el trabajo es uniforme en calidad, o lo que viene a ser lo mismo, suponemos que cualesquiera diferencias en calidad han sido previamente reducidas a diferencias equivalentes en cantidad, de modo que cada unidad de trabajo recibe el mismo salario” (epígrafe 10 de PMpM). Existirían según esto dos tipos de inputs de trabajo: uno, del que habla Sraffa, reducido a partir de las diferencias de calidad y que podríamos llamar equivalente o, como él dice, reducido, y otro más empírico y que sería el realmente existente. Para pasar de uno a otro propondríamos la ecuación vectorial:

$$(h1) \quad L_{reducido} = L_{existente} \times M$$

Siendo M una matriz cuyo elemento genérico m_{ij} sería el trabajo equivalente al reducido por unidad del existente del mundo real incorporado en la mercancía i procedente del proceso j . Si somos menos exigentes, la matriz M podría ser sólo diagonal, y mercancía y proceso tendrían sólo un representante en la diagonal principal. Es difícil estadísticamente –pero no conceptualmente– construir una matriz como M porque habría que hallar la equivalencia de los trabajos. Un ejemplo, habría que calcular las horas de trabajo equivalente de un ingeniero en función de las horas de un albañil que participaran en una misma obra de construcción o ingeniería. Y así para todos los oficios y/o profesiones en todo momento y lugar.

I) Sraffa parte siempre de una situación de equilibrio en términos de precios puesto que el vector de precios de los productos finales Y es el mismo que el vector de los medios X , y eso que se supone que ha pasado un período de tiempo convencional como para que X sea causa de Y . Digamos que, mientras Walras busca un equilibrio, Sraffa parte de uno. Sraffa nunca salió de esta situación porque a él le interesaba el excedente y no la evolución ni el equilibrio en sí mis-

²⁴ Considero que la traducción *rate of profit* como *tipo de beneficio* en el contexto de la obra de Sraffa es un error. Creo mucho más acertado traducirlo por *tasa de ganancia*. Pero es un error que sólo puede evitarse si se traduce el texto tras un estudio del mismo y de otros textos a él referidos que lleva años. A pesar de esto, resulta impagable la traducción de la obra capital de Sraffa por el gran economista español Luis Ángel Rojo, aunque fuera 15 años después de la versión inglesa. En otra nota ya se ha explicado el porqué de esta matización en la traducción.

²⁵ Epígrafe 22 de PMpM.

²⁶ En (18) no se ha diferenciado entre bienes básicos y no básicos, pero la razón del comentario sobre esta diferenciación es la de que, por la propia definición de Sraffa de ambos tipos de bienes, se concluye que los precios de los bienes básicos se determinan autónomamente mientras que los de los no básicos dependen tanto de ellos mismos como de los básicos, por lo que controlando los básicos se controlarían indirectamente los no básicos.

mo. Por ello planteamos una ecuación de definición del sistema de Sraffa fuera del equilibrio de precios, pero ya generalizada a n tasas de salarios (podrían ser $n \times n$), a n tasas de ganancia y con salarios *pre-factum* tal como:

$$(i1) \quad PY = (LW + P_{t-1}X)(I_d + G)$$

O bien alternativamente:

$$(i2) \quad PY = (LW + P_{t-1}X) \otimes (I + B)$$

En (i2) donde ya no tenemos los mismos precios para los medios que para los productos finales. Parecería que tal cosa rompería el sistema de Sraffa, pero no es así. Introducimos ahora la otra ecuación sraffiana, la que parte con salarios cero y que sería la de las tasas máximas de ganancia G_m :

$$(i3) \quad PY = (P_{t-1}X)(I_d + G_m)$$

O bien alternativamente también:

$$(i4) \quad PY = P_{t-1}[X \otimes (I + B_m)]$$

De las ecuaciones (i2) y (i3) surge la que va a determinar los precios del período $t-1$:

$$(i5) \quad \boxed{P_{t-1} = LW(I + G)(G_m - G)^{-1}X^{-1}}$$

Y para los precios del período t no hay más que sustituir P_{t-1} de (i5) en (i4) y queda:

$$(i6) \quad \boxed{P_t = LW(I + G)(G_m - G)^{-1}(I + G_m)Y^{-1}}$$

Donde vemos que el desequilibrio del que partimos no ha impedido calcular los precios del período $t-1$ como los del período t . Ahora post-multiplicando (i6) por $(Y-X)I$ y haciendo $P(Y-X)I=1$, es decir, tomando el producto neto como numerario, queda:

$$(i7) \quad \boxed{LW(I + G)(G_m - G)^{-1}(I + G_m)(Y - X)^{-1}I = 1}$$

Que sería la ecuación de distribución generalizada, sin que estén los precios (al menos explícitamente). Además (i7) es una ecuación implícita que nos da también la frontera salario-ganancia por la razón anterior de la ausencia de los precios. La obtendríamos con suponer que w , g y g_m son tales que cumplen con la ecuación:

$$(i8) \quad LW(I + G)(G_m - G)^{-1}(I + G_m)(Y - X)^{-1}I = \frac{w(1+g)(1+g_m)}{(g_m - g)} \times L(Y - X)^{-1}I = 1$$

En (i8) tenemos n ecuaciones y tres variables, por lo que los posibles valores que satisfacen la ecuación son infinitos, pero quedarían acotados al cumplimiento de (i8) y no serían arbitrarios.²⁷ Si despejamos los salarios w en (i8) queda:

²⁷En todo caso se puede eliminar estos grados de libertad añadiendo a la ecuación (25), por ejemplo, las ecuaciones $LWI = wLI$ y $LW(I+G)I = w(1+g)LI$. Con ello quedan tres ecuaciones con tres incógnitas

$$(i9) \quad w = \frac{(g_m - g)}{(1 + g)(1 + g_m)L(Y - X)^{-1}I}$$

Y (i9) es una manera más de expresar esa frontera del excedente que marcan salarios y ganancias. La ventaja de partir de (i6) es la de que podemos incorporar valores empíricos –o casi– con las matrices de salarios \mathbf{W} y de ganancias \mathbf{G} . Además, la matriz de tasas máximas \mathbf{G}_m puede ser estimada a través del excedente (como se ha visto en otro epígrafe de este texto). Más con menos no se puede pedir.

J) Todo lo anterior es un simple esbozo cuyo fin es superar la obra de Sraffa, saltar sus límites, eliminar algunos condicionantes. Pero todo se quedaría a medias si no conectáramos la teoría del excedente de los bienes reproducibles –que es la economía de Sraffa– con la obra de otros economistas, con otros análisis surgidos a través de la historia para dar respuesta a otros problemas que la obra de Sraffa no aborda o sólo los aborda colateralmente. Como botón de muestra –pero botón importante– veamos en esquema un modelo integrado de la teoría de la demanda efectiva²⁸ de Keynes con la teoría del excedente de Sraffa. Para algún economista esto puede considerarse una prevaricación porque hay que mezclar mundos conceptuales distintos, pero todos estos mundos no dejan de ser esquemas de pensamiento que tratan de informar y concluir sobre el mundo real. Y creo que este mestizaje intelectual deber hacerse sin remordimientos, porque todo avance en el campo del conocimiento es siempre una mezcla de traición y prevaricación; en todo caso un mestizaje entre lo nuevo y lo viejo que no admite escolasticismos. Al final lo que importa es si la síntesis explica o modeliza de forma más acertada o más adecuada que otras esa realidad. Al fin y al cabo es lo que intentó Paul Samuelson en sus obras con su teoría de la síntesis. Partimos del mundo de Sraffa esquematizado, en este caso, mediante las ecuaciones:

$$(j1) \quad \underset{1 \times n}{P} \underset{m \times n}{Y} = \left[\underset{1 \times n}{L} \underset{n \times n}{W} + \underset{1 \times n}{P} \underset{n \times n}{X} \right] \underset{n \times n}{(I + G)}$$

$$(j2) \quad PY = PX (I + G_m)$$

Son las ecuaciones ya habituales de la teoría de los precios con matrices diagonales de n elementos para las tasas de ganancia y para las tasas salariales. A estas le añadimos las ecuaciones de la demanda efectiva keynesiana y que también está en Kalecki:

$$(j3) \quad PYI = C + I_k + G_p + E_x - I_m$$

Donde \mathbf{C} es el Consumo, \mathbf{I}_k la inversión privada, \mathbf{G}_p el gasto público, \mathbf{E}_x las exportaciones e \mathbf{I}_m las importaciones.

$$(j4) \quad C = a[PYI - T]$$

Que es la famosa ecuación keynesiana del consumo como dependiente de *la renta disponible para el gasto*.

($\mathbf{w}, \mathbf{g}, \mathbf{g}_m$) y estos escalares quedan unívocamente determinados. Puede omitirse una de las dos ecuaciones anteriores y quedaría un grado de libertad en la ecuación (26). La virtud de obtener los escalares $\mathbf{w}, \mathbf{g}, \mathbf{g}_m$ es que estos no serán arbitrarios o medias arbitrarias, sino que serán siempre dependientes de los valores de \mathbf{L}, \mathbf{Y} y \mathbf{X} , es decir, de los *inputs* de trabajo, de los productos finales y de los medios de producción reales

²⁸ Hay un libro de Mongiovi (1994) que relaciona a Sraffa y Keynes a través de la teoría de la demanda, pero aquí se ha mantenido un criterio propio.

$$(j5) \quad I = bPXI$$

Aquí **a** es la propensión marginal del consumo de Keynes, **b** es un coeficiente que relaciona la inversión privada keynesiana con el valor del conjunto de los medios de producción de Sraffa (puede **b** valer 1 pero no necesariamente) y **T** son los impuestos. De las ecuaciones (j1) y (j2) obtenemos el vector de precios que permite añadir una teoría de los precios que le falta al modelo agregado de Keynes:

$$(j6) \quad \boxed{P = LW(I + G)(G_m - G)^{-1} X^{-1}}$$

Pero también los precios pueden obtenerse sólo de la ecuación de definición (j1) y que vale:

$$(j7) \quad P = LW(I + G)[Y - X(I + G)]^{-1}$$

Pues bien, del conjunto de las ecuaciones (j1), (j2), (j3), (j4), (j5) y (j6) sale una teoría del multiplicador²⁹ mestiza:

$$(j8) \quad \boxed{PYI = \frac{1}{1-a} \times [bLW(I + G)(G_m - G)^{-1} + G_p - aT + E_x - I_m]}$$

Aquí ya nos aparece el famoso multiplicador keynesiano $1/(1-a)$. Por separado, teníamos en Keynes una teoría de la demanda efectiva donde no aparecían las rentas (salarios y ganancias); en Sraffa, una teoría del excedente donde no jugaba ningún papel la demanda de consumo y donde no estaban explícitos la inversión, el gasto público y el saldo neto exterior. Juntos tenemos un modelo integrado, donde la producción bruta (**PYI**) es directamente proporcional a los inputs de trabajo **L**, a los salarios **W**, a las ganancias **G**, al gasto público **G_p**, a las exportaciones **E_x**, e inversamente proporcional a los impuestos **T** y a las importaciones **I_m**. Pero tenemos algo más -y que supone la segunda gran aportación de Sraffa al modelo³⁰- que es la introducción de una variable que no aparece en ningún modelo neoclásico: la(s) tasa(s) máxima(s) de ganancia **G_m**. Vemos en (j8) que si las empresas trabajan con tasas de ganancia máxima altas, el valor del producto bruto será elevado pero no necesariamente la producción, porque su efecto puede estar sólo en los precios **P** de **PYI**. Lo segundo que vemos en (j8) es que, si las empresas acercaran las tasas de ganancia **G** a las tasas máximas **G_m** (entendidas como ganancias potenciales máximas), el valor del monetario de **PYI**, es decir, los precios **P**, si no se compensan con aumentos reales de la producción física de bienes **Y**, se comportarían de forma inflacionaria. Es decir, tenemos en (j8) una posible formalización de una teoría de la inflación no monetaria esraffiana y complementaria de la teoría de la inflación monetaria de Keynes!

La ecuación (j8) se podría complicar más aún si introdujéramos la teoría de la inversión de Keynes y si añadiéramos las ecuaciones correspondientes a su teoría de la demanda de dinero. La integración Keynes-Sraffa nos ha proporcionado un enriquecimiento de la teoría keynesiana de la demanda efectiva sin perder un ápice su potencialidad. Además nos dota de unos fundamentos de análisis de los que carece su teoría por carecer a su vez la obra de Keynes de una teoría de los precios solvente; también por el aspecto negativo de la agregación de las macromagnitudes en términos de valor.³¹ Cabe preguntarse de qué dependen las tasas máximas de

²⁹ Fue matematizada por Kahn, un epígono de Keynes.

³⁰ La primera es la mencionada teoría de los precios definida matemáticamente por (j1).

³¹ Negativo si lo que se quiere -como lo hace Keynes- que las macromagnitudes representen aspectos significativos de la economía. Al agregar en términos de valor -precios por cantidades- el modelo se simplifica y se hace operativo incluso en los modelos *keynesianos-kaleckianos*, pero con ello sumamos churras con merinas y nunca sabemos *a priori*, visto el valor de una de esas macromagnitudes, si ha au-

ganancia y si es sólo una variable monetaria. Pero, ya hemos visto que las tasas máximas de ganancia pueden concretarse en la ecuación:

$$(j9) \quad \boxed{G_m = X^{-1}(Y - X)H}$$

Donde H sería una matriz cuasi-diagonal (aunque no necesariamente) de ponderaciones. Queda claro en (j9) que, sea cual sea el valor numérico de H , la matriz de tasas de ganancia máxima G_m no depende de ninguna variable monetaria! (precios, tasas de ganancia y tasas de salarios), cosa que ya demostramos anteriormente para un modelo más simplificado de tasas unitarias.

K) En este epígrafe sobre las posibles líneas de avance en aspectos económicos –y no sólo matemáticos– para el desarrollo de la obra de Sraffa querría señalar una de las diferencias entre la obra de Sraffa y el modelo $I-O$ de Leontief.³² Algo ya se ha señalado en epígrafes anteriores pero aquí llamaré la atención sobre la diferencia conceptual –aunque no matemática– entre la matriz de requerimientos de Leontief y la surgida al desarrollar la obra del economista turinés. El modelo más simplificado de Leontief relaciona el total de la producción Y con la demanda final D y las demandas intermedias X como suma de las dos últimas. La ecuación fundamental de Leontief sería:

$$(k1) \quad Y = D + X$$

Donde X es una matriz cuadrada en la que cada elemento x_{ij} indica la cantidad del bien procedente del sector i procedente del sector j . A ello le añade Leontief la ecuación de comportamiento:

$$(k2) \quad X = AY \Rightarrow A = XY^{-1}$$

Donde cada elemento de la matriz A proporciona la cantidad del bien o servicio i necesario para producir una unidad del bien j . Se supone que en Leontief trabajamos con rendimientos constantes a escala. En la obra de Sraffa podemos considerar –al menos en la producción simple– que la matriz de requerimientos que surge de post-multiplicar la matriz de medios de producción X por la inversa de la de productos finales Y en la ecuación (k1) es equivalente a la de Leontief. Formalmente ambos sistemas dan la misma matriz, pero eso es sólo la apariencia porque Sraffa desarrolla –o al menos explicita– uno de los conceptos más profundos de la historia del análisis económico cual es el de proceso de producción en la producción conjunta. Dicho de otra manera, mientras podemos considerar que, leída por filas, la matriz de requerimientos $A=XY^{-1}$ en ambos sistemas son bienes y servicios³³ de cada elemento i por unidad del bien o servicios³⁴ j , leída por columnas en Sraffa son procesos de producción, de tal manera que cada columna de X es causa de todos los elementos de la matriz Y correspondiente a la misma co-

mentado su valor porque han aumentado los bienes y servicios en términos físicos o lo hacen porque han aumentado los precios. Y si lo que medimos son medios de producción (el capital neoclásico) estamos en la cuestión que planteó Joan Robinson sobre cómo se mide el capital.

³² Una versión de la obra de Leontief es la de 1966 *Input-Output Economics*, que fue traducida al castellano en 1984 (*Análisis económico Input-Output*). Cuenta el propio Leontief –que comenzó en Rusia a desarrollar su obra para luego pasar a EE.UU.– que la primera tabla I-Op para la economía estadounidense correspondía al año 1947. España fue uno de los primeros países europeos en construir su primera tabla (que correspondía a 1958) en 1962 (*Tabla de input-output de la economía española*).

³³ Aunque Sraffa sólo habla de mercancías (*commodities*), una actualización más de la obra de Sraffa exigiría extender la producción de mercancías a todo aquello que interviene el trabajo y, por tanto, a los servicios.

³⁴ Eso es cierto en la producción simple; en la producción conjunta no se ha conseguido una interpretación aceptable de los coeficientes a_{ij} .

lumna.³⁵ Según esto, la matriz de Sraffa sería de un tamaño descomunal, porque en cada columna de productos finales \mathbf{Y} sólo estarían los distintos elementos que es capaz de producir la columna correspondiente de la matriz de medios \mathbf{X} . Y si estamos en la producción simple, sólo habría un elemento por columna y fila en la matriz de productos finales \mathbf{Y} . La matriz real tendría miles de millones de elementos ubicados en su mayor parte en torno a la diagonal principal, con el resto lleno de ceros si estamos en la producción conjunta, y sólo en la diagonal principal si estamos en la producción simple. Recordaría a la matriz que emplean los buscadores actuales en los ordenadores. Invertir una matriz así es una tarea colosal, pero se puede hacer mediante algoritmos pertinentes. No obstante la matriz de Sraffa se puede reducir a una de Leontief siempre que se le quite ese carácter de asignación meramente administrativa que tiene el esquema de análisis desarrollado por el economista de origen ruso. Digamos que la matriz de Leontief sería una matriz comercial de compra-venta entre sectores (de ahí que sea cuadrada), mientras que la matriz de Sraffa es una matriz productivita, de ahí que sea artificial considerar que tenga el mismo número de filas y columnas. Sraffa era perfectamente consciente de ello y esa es la razón por la que en los primeros capítulos de la producción conjunta (*joint production*) de su obra intente igualar bienes y procesos, estableciendo la hipótesis de que un mismo proceso que produzca varios bienes se compense con el hecho de que un mismo bien pueda ser producido por varios procesos diferentes. Pero tal consideración es arbitraria e insostenible, por lo que una más de las líneas de avance de la obra de Sraffa sería la de eliminar el carácter cuadrado de sus matrices de medios y de productos finales a pesar de las dificultades formales que ello implica.³⁶ No se encontrará en la literatura sobre Sraffa nada que advierta sobre estas importantes diferencias entre Sraffa y Leontief y se obtengan sus consecuencias. El autor de este trabajo tardó tiempo en darse cuenta de tal hecho y sólo lo advirtió tras conocer la aplicación del teorema de Perron-Frobenius.

L) No ha habido desarrollos significativos en la teoría del comercio internacional de Sraffa desde los trabajos de Steedman (1979 y Metcalfe³⁷ (1981) y, sin embargo, hay en Sraffa muchas posibilidades de crear instrumentos de análisis para tal fin. En efecto, en el epígrafe 58 de Producción de mercancías Sraffa habla de bienes interconectados que son aquellos bienes y servicios del sector de básicos que son necesarios para producir una unidad de un bien no básico. Puede verse en la siguiente matriz de requerimientos, es decir, en la matriz \mathbf{A} que surge de considerar que existe una relación estable entre medios de producción \mathbf{X} y productos finales \mathbf{Y} tal como $\mathbf{X}=\mathbf{EY}$. Pues bien supongamos ahora que unimos las matrices representativas de dos países que comercian entre sí de tal forma que la matriz resultante fuera:

³⁵ Si hubiera un solo elemento en la matriz \mathbf{Y} de productos finales estaríamos en la producción simple por el lado de los procesos; si hubiera más de uno estaríamos en la conjunta. No obstante, para que estuviéramos estrictamente en la producción simple también debería ocurrir que no hubiera procesos diferentes que produjeran el mismo producto.

³⁶ En ese caso ya no podríamos invertir directamente la matriz \mathbf{Y} de productos finales puesto que no sería cuadrada. Para lograr su inversión hay que *post-multiplicar* por la transpuesta de \mathbf{Y} la ecuación (k1) de definición del sistema, para *post-multiplicar* de nuevo por la inversa del producto anterior. El problema es que para que esa matriz tenga inversa ha de ocurrir que el número de procesos sea mayor o igual a lo sumo que el número de bienes y servicios producidos, lo cual es un requisito que no se puede plantear económicamente a priori. Por ello es posible que haya que resignarse a calcular directamente el vector \mathbf{PY} y los precios \mathbf{P} indirectamente. Ello nos da $\mathbf{m-n}$ grados de libertad si \mathbf{m} fueran los bienes y servicios y \mathbf{n} los procesos. Otro sistema más adecuado para calcular las variables consideradas —o que consideremos— tales como precios, salarios y ganancias es la programación lineal. No elimina los reparos anteriores porque ningún método de cálculo puede subsanar un defecto —o, simplemente, una característica— de origen, pero ayuda al cálculo.

³⁷ Ahijado (1982) recoge un resumen del mismo.

$$(12) \quad E = XY^{-1} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}$$

Donde los bienes a_{ij} son los producidos (o procedentes del) por el país A y los bienes b_{ij} son los producidos (o procedentes del) por el país B . Los bienes *interconectados* de los que habla Sraffa en el ejemplo, corresponderían a los procesos 3 y 4. En este caso serían los bienes a_{13} , a_{14} , a_{23} y a_{24} . Si estamos en la producción simple, estos son bienes 1 y 2 del país A necesarios para producir una unidad de los bienes 3 y 4 del país B (también se corresponden con los procesos 3 y 4). Se corresponden a su vez con la submatriz que hemos llamado A_{12} . De igual forma, los bienes y servicios b_{31} , b_{32} , b_{41} y b_{42} del país B son los necesarios para producir los bienes y servicios 1 y 2 del país A . Se corresponden, a su vez, con la submatriz B_{21} . El tipo de cambio los fijaría el mercado de tal forma que la suma de los valores de los productos de A fuera igual que la suma de los valores de B , es decir, que se cumpliera:

$$(12) \quad \sum_{j=3}^4 \sum_{i=1}^2 p_i a_{ij} = t \sum_{j=1}^2 \sum_{i=3}^4 p_i b_{ij}$$

Siendo t el tipo de cambio que haría igualar el valor de la suma en términos de valor de los bienes *interconectados*. Todo lo anterior se puede generalizar —o debería hacerse— a la producción conjunta, a una balanza de pagos general y no sólo comercial, a m bienes de un país frente a n bienes del otro (lógicamente no tienen por qué coincidir m con n). De no producirse el equilibrio que pide (12) se complementarían con las entradas de capitales, pago de rentas, intereses, etc. entre ambos países. Al señalar Sraffa en el epígrafe señalado —en la diferenciación entre bienes básicos y no básicos— sobre la posibilidad de que tuvieran valor cero los bienes interconectados (aquí las dos matrices, A_{12} y B_{21} fueran cero) nos dio una pista inmejorable para seguir un camino en pos de una teoría pura (no monetaria) del comercio entre dos países. Los manuales que enseñan teoría del comercio no han recogido el guante de Sraffa; pero tampoco han recogido el guante de validez universal lanzado por Sraffa en *Producción de mercancías por medios de mercancías* para fundamentar el análisis económico.

M) La línea que expongo a continuación es absolutamente novedosa. Me propongo mostrar que Sraffa tiene algo que decir en la teoría de la negociación entre trabajadores y empresa (en España, negociación colectiva). El modelo es, como cabe esperar en el campo de la teoría económica (hoy análisis económico), simplificado, pero puede generalizarse o concretarse tanto como se quiera. Partimos de tres ecuaciones que van a definir el mundo de Sraffa: dos aportadas por el propio economista italiano y una que este autor ya ha mencionado y añadido a lo que debiera ser el acervo *esraffiano* del futuro:

$$(m1) \quad PY = (1 + g)(wL + PX)$$

$$(m2) \quad PY = w_m L + PX$$

$$(m3) \quad PY = (1 + g_m) PX$$

Y del conjunto de estas tres ecuaciones obtenemos una que relaciona la tasa de ganancia g con la tasa de salarios w :

$$(m4) \quad g = \frac{w_m LX^{-1}(Y - X)I - wg_m LI}{(w_m + wg_m)LI}$$

La ecuación (m4) nos dice que a medida que aumente la tasa de salarios w disminuirá la tasa de ganancia g . Y esta tiene un límite, porque para que haya ganancias, es decir, para que $g > 0$ ha de ocurrir que:

$$(m5) \quad \text{para que } g \geq 0 \rightarrow w \leq \frac{w_m}{g_m} \times LX^{-1}(Y - X)I$$

A su vez, la tasa de ganancia máxima g_m (en el caso extremo de que los salarios³⁸ fueran cero) viene dado por:

$$(m6) \quad g_m(w = 0) = \frac{LX^{-1}(Y - X)I}{LI}$$

Y aquí ya están los actores que van a formar parte de la negociación colectiva: la tasa de salarios w , tasa máxima de salarios w_m , tasa de ganancia g y tasa de ganancia máxima g_m . Los límites en la negociación están dados por las ecuaciones (m4), (m5) y (m6). A diferencia del marginalismo, aquí no hay soluciones de equilibrio ni cosa parecida y, con los límites a anteriores, son los actores sociales los que resuelven la negociación pero con el modelo de Sraffa marcando los límites y el escenario. En realidad la ecuación (m4) es una versión más de la *frontera salario-ganancia* popularizada por el modelo neoclásico para otro fin.³⁹ Una matriz análoga (m4), pero generalizada a n tasas tanto de salarios W , a n salarios máximos W_m , a n de tasas de ganancia G y a n de tasas máximas de ganancia G_m sería:

$$(m7) \quad LW_m G_m^{-1} X^{-1} Y = L(W + W_m G_m^{-1})(I + G)$$

Y (m7), a pesar de su aspecto, define también una *frontera salario-ganancia* pero con al menos $3n$ grados de libertad. Conociendo o estimando (dependen del excedente) las tasas máximas podemos estimar los límites de las tasas G y W . Las incógnitas que consideráramos las calculáramos mediante programación lineal.

N) Nada más lejos en la obra y en la intención que considerar para su modelo una función de producción. Cuando leyó Keynes el primer borrador de *Producción de mercancías* le dijo a Sraffa que en el texto se hacía un supuesto de rendimientos constantes. Quizá por eso Sraffa nos dice en el prefacio del libro socarronamente que “si se encuentra útil tal supuesto no hay inconveniente alguno en que el lector lo adopte como una hipótesis temporal de trabajo. De hecho, sin embargo, no se hace tal supuesto”. ¿Resulta creíble que no se haga tal supuesto? ¿Acaso se puede elegir? En el caso del libro de Sraffa la apariencia va en contra de la realidad. Sraffa parte de una situación de equilibrio porque le interesa el análisis del excedente; mejor dicho, le interesa arrancar el análisis desde el excedente. En apariencia no se hace el supuesto que le “critica” Keynes porque Sraffa toma los datos de la realidad, sean cuales sean. Sin embargo cuando des-

³⁸ Dicho lo anterior, parecería que no tendría sentido hacer los salarios cero porque, en este caso, no habría consumo y con trabajadores en activo sin remuneración; además un modelo con tal supuesto sería inviable o irrelevante. Pero Sraffa nos da el criterio porque suponemos que parte de los salarios forman parte de los medios de producción en pie de igualdad con ellos, y que los salarios —representados en el modelo por w o W — son parte del excedente, al igual que el resto de la diferencia entre los productos finales y los medios.

³⁹ Ese fin era intentar demostrar que la relación trabajo-capital o salarios-ganancia es siempre monótona decreciente.

pejamos los precios tenemos que *post-multiplicar* su ecuación de definición del sistema por la inversa de los productos finales Y . Esto da lugar a la ecuación $A=XY^{-1}$. Según esto, ¿permanece constante A , es decir, la matriz de requerimientos? Sraffa no la mueve salvo cuando sale al paso de los posibles precios negativos que surgen de su sistema de equilibrio y nos dice que los empresarios moverán A —él no lo dice así pero eso es— de tal forma que eviten precios negativos. En este punto de la obra de Sraffa parece quitar la razón a Keynes. Sin embargo, cuando llega al capítulo del capital como trabajo fechado no nos dice nada que A tenga que variar a lo largo del tiempo. Y si no hay variación de A hay rendimientos constantes en el tiempo. Creo que el tema queda abierto desde el punto de vista de las intenciones y deberá ser la cuestión a tratar y la verificación empírica el juez del problema que Keynes le planteó a Sraffa. No hay que tomar muy en serio a Keynes sobre Sraffa porque todo apunta a que fue el inglés quien no se tomó muy en serio el texto del turinés. En cualquier caso no estaría demás avanzar alguna línea en la obra de Sraffa sobre una posible función de producción con grados de libertad tal que sea la verificación empírica el juez del que hablábamos antes. Lo que si podemos estar seguros es que esta línea de avance se escapa de las preocupaciones de Sraffa y es posible que Sraffa rechazara esta propuesta. Lo que aquí se propone es considerar una función de producción bajo estos tres sistemas de ecuaciones:

$$(n1) \quad Y = X + M D$$

$s \times n \quad s \times n \quad s \times m \quad m \times n$

$$(n2) \quad X = A Y$$

$s \times n \quad s \times s \quad s \times n$

$$(n3) \quad L = S \left[Y \otimes \exp(T X) \right]$$

$1 \times n \quad 1 \times n \quad s \times n \quad 1 \times s \quad s \times n$

La ecuación (n1) es contable y nos dice que los productos finales Y son la suma de los medios de producción X más la demanda D . La matriz no cuadrada M se debe a que no consideramos que el número de bienes y servicios producidos s sea igual al número de procesos implicados n . Lo contrario sería tal casualidad que la rechazamos por imposible. La ecuación (n2) es la tradicional relación de Leontief que se establece entre medios de producción X y productos finales Y . Formalmente es la misma ecuación que Leontief, pero aquí los contenidos económicos cambian. Al menos cambian en las columnas de Y y X que, como ya se ha señalado en anteriores epígrafes de este artículo, son procesos y no meramente sectores. La ecuación matricial (n3) es propiamente la función de producción y establece que el trabajo L es directamente proporcional a los productos finales Y . La función exponencial arranca con una matriz paramétrica T que multiplica a los medios de producción X y recoge la posibilidad de que estos medios sean sustitutivos o complementarios entre sí. Lo uno o lo otro dependerá de los signos de los elementos de la matriz T . Tanto esta matriz como las matrices S y M son a estimar empíricamente. Como se ve la función se inspira en la tradicional función de Leontief modificada por la teoría de los ciclos que puede entenderse derivable del modelo de ciclos de Samuelson. No son malos asideros para completar la obra de Sraffa con una función de producción. El resultado es que tenemos $s(m+s+2-2n)-n$ grados de libertad, pero que pueden reducirse según que obliguemos a las matrices M a cumplir una ecuación como:

$$(n4) \quad M I = \frac{1}{m} I$$

$s \times m \quad m \times h \quad m \quad s \times h$

Donde I_{mxh} y I_{sxh} son matrices cuyos elementos todos valen 1.

2. Importancia de Sraffa en el análisis económico

La importancia de Sraffa en la historia del análisis económico no está en que desarrolle alguna nueva teoría que arroje luz sobre lo que entendemos por economía —sus críticas a la teoría de los

costos y a la competencia están recogidas en sus artículos de 1925 y 1926 y revolucionaron⁴⁰ la forma de pensar en el Cambridge de su tiempo— sino que su esquema de pensamiento debería, a juicio del autor de este artículo, fundamentar el análisis económico. Así, se puede estudiar a Keynes y su teoría de la demanda efectiva o su teoría monetaria usando a Sraffa como fundamento de análisis. Lo mismo puede decirse con la teoría de Marx sobre la reproducción o la transformación de valores a precios. Sirve también para rebatir la teoría del capital neoclásico o las teorías marginalistas inventadas por Gössen, Menger, Jevons, Walras, etc. Es incompatible con ellas, especialmente por la teoría de los precios de Sraffa y por su concepción de la teoría del capital (reducción a trabajo fechado). Sraffa no tiene una teoría del ciclo, ni de la inversión, ni de la demanda, ni de la acumulación, pero puede y debiera ser reconocida su obra capital para fundamentar todas ellas. La razón de ello es que su teoría del excedente —el núcleo de su teoría— es compatible con las teorías enumeradas; creo que también es compatible con la teoría de la explotación y la plusvalía de Marx. Puede arrojar luz sobre el comercio (a través de los bienes interconectados en la diferenciación entre bienes básicos y no básicos), o sobre la negociación de los sindicatos en la medida que discuten sobre el reparto del excedente (frontera salarios-ganancia). Ambos aspectos ya se han discutido aunque fuera en esbozo. Acabamos diciendo que Sraffa permite una solución correcta del famoso problema de transformación de valores a precios, o una discusión sobre el teorema de Okhisio-Morishima sobre la teoría de la explotación de Marx. No es poca cosa todo lo anterior, pero a Sraffa hay que desarrollarlo en sus aspectos de análisis económico y no sólo matemáticamente. Se espera que la apertura de su correspondencia y papeles inéditos conservados en el *Trinity College* arroje luz sobre la filogénesis⁴¹ de *Producción de mercancías por medio de mercancías* pero, como ha señalado Pasinetti, poco hay que esperar sobre posibles y nuevas aportaciones al análisis: lo que quiso decir Sraffa porque le pareció relevante está en el libro mencionado, que para eso tuvo una gestación de casi cuatro décadas.

3. Comentarios finales

Este último epígrafe del artículo pretende algunos comentarios sobre la bibliografía y los estudios que desde 1960, es decir, desde la publicación en inglés de su obra capital. Adelanto mi impresión tras varios años de manejar gran parte de esa bibliografía. En general los estudios se han centrado sobre los aspectos matemáticos que están implicados y poco explicitados en su obra, pero apenas han habido desarrollos de análisis económico de inspiración *esraffiana*. Los mejores estudiosos como Kurz, Steedman, Pasinetti, Garegnani, Salvadori, Roncaglia, Spaventa, Manara, Mongiovi, Potier, Woods, Abraham-Frois, Berrebi, etc. se han centrado bien en los aspectos matemáticos, bien en las aportaciones de Sraffa a la historia del análisis económico (Roncaglia), bien en la propia biografía del turinés (Potier). Y en todo caso —y esto es decisivo— nada o muy poco ha trascendido en los manuales de análisis económico que se estudia en las universidades. Es decir, a Sraffa no se le estudia apenas, sólo se le menciona, y cuando se hace se remite siempre y en exclusiva a la obra capital *Producción de mercancías por medio de mercancías* y nada sobre posibles aspectos del desarrollo del análisis económico derivado la anterior. Ya hemos visto que la obra de Sraffa presenta una doble cara desde el punto de vista de su inserción en la historia del análisis: por un lado supone un cambio de paradigma absoluto, un cambio equivalente al que supuso en la historia de la astronomía la teoría heliocéntrica frente a la geocéntrica, o la teoría darwiniana frente a la creacionista en la biología. La teoría de los precios y del excedente en Sraffa es revolucionaria porque desaloja del análisis las visiones marginalistas en la formación de los precios (precios y *costes marginales*); impone la retribución de

⁴⁰ Alessandro Roncaglia en su obra *La riqueza de las ideas* recoge también dos artículos de Sraffa de 1930 y de 1932, además de sopesar la influencia del economista italiano en Wittgeinstein y Joan Robinson.

⁴¹ Ver Bellofiore and Carter (2014).

los factores como participación en el excedente con grados de libertad, frente al marginalismo (salarios y ganancias calculadas sobre supuestos *valores de productividades marginales*). Para Sraffa los precios se forman como un margen sobre los costes, es decir, al igual que hacen en la práctica los empresarios y gestores en las empresas. Es también revolucionaria en la teoría porque no habla de capital como un factor más, sino como *trabajo fechado*, porque todo medio de producción no nos ha sido regalado por los dioses o por supuestos extraterrestres, sino que ha intervenido en algún momento la mano del hombre o de la mujer. Son sólo dos aspectos de su instrumental. Su objetivo es el excedente, pero el excedente de los bienes reproducibles. No es la economía lúgubre y casi fúnebre de *la escasez* de los clásicos. Sraffa no nos dice cómo ha de repartirse el excedente sino que nos marca los límites, y lo hace con grados de libertad. En un símil deportivo, no nos dice cómo han de jugar los deportistas pero sí marca las reglas del juego y nos da las medidas del recinto, de la cancha. No es una economía determinista como la micro de origen *marshalliana* o el equilibrio general de origen *walrasiano*; nos dice, por el contrario, que los economistas no podemos determinar cómo ha de repartirse el excedente. Esto depende de la política, de la resolución del conflicto social o, para los marxistas, de la lucha de clases. Con Sraffa podemos dotar de fundamento a Keynes y a Marx, y ayudar a subsanar sus defectos⁴² o limitaciones. Esta es la cara de Sraffa. Su cruz es lo que no nos dice; no nos dice nada sobre la demanda, sobre los comportamientos sobre la inversión, los ciclos, los aspectos monetarios, etc. Por todo ello a Sraffa hay que desarrollarlo y no sólo interpretarlo o quedarse sólo en sus aspectos matemáticos. El autor de este trabajo lo ha intentado en *Descifrando a Sraffa* y en algunos artículos publicados en la Universidad Complutense (revista *Nómadas*) y en la de Málaga.

Un libro extraordinario para desentrañar a Sraffa fue el publicado por Abraham-Frois y Edmond Berrebi *Theory of Value, Prices and Accumulation*, cuya primera versión en inglés data de 1976. No hay, sin embargo, apenas avances en aspectos teóricos o de análisis económico. Del libro destacar como concepto nuevo el de la distinción entre *procesos básicos* y *anti-básicos*, y no sólo entre bienes básicos y no básicos. Ello es importante y pertinente porque no parece que sea suficiente la división de Sraffa entre ambos tipos de bienes y los cambios conceptuales que introduce el economista italiano en su obra capital. Pero la cosa no pasa de ahí, aunque como manual para entender en sus aspectos formales y también, a veces, conceptuales *Producción de mercancías por medios de mercancías* es insuperable. Y además no se detiene en Sraffa estrictamente, pero eso tiene menos interés si no nos salimos del economista turinés.

Notables son los esfuerzos de Bertram Schefold por completar o desarrollar la producción conjunta y la extensión de la mercancía-patrón a este tipo de producción en su obra *Mr. Sraffa on Joint Production and Other Essays*, publicada en su primera versión en 1989. Es verdad que se limita casi sólo a los aspectos matemáticos, pero el esfuerzo es notable.⁴³ La limitación en este caso no es sólo formal y la da la propia obra de Sraffa en el estudio de la producción simple en comparación con la conjunta. Y la da también Perron-Frobenius. Este teorema es el que nos asegura que en el modelo de Sraffa sólo se pueden garantizar precios positivos (y *multiplicadores* positivos) en la producción simple y no en la conjunta. El libro de Schefold, encomiable por otro lado, es un ejemplo de cómo a veces la carreta de la matemática se pone delante de los bueyes de la economía. En la obra de Schefold se exigen continuamente requisitos formales para precisar la obra de Sraffa. En todo caso la obra de Schefold es valiosísima, pero con los límites señalados.

El libro *Theory of Production* de Heinz D. Kurz y Neri Salvadori publicado en 1995 sitúa la obra de Sraffa en su aspecto histórico mediante notas (*historical notes*) en parte de sus capítulos sin renunciar al análisis matemático de nuevo de *Production of commodities by means of com-*

⁴² Como es el caso del problema de *la transformación de valores a precios* planteado por el propio Marx en su libro III sobre El Capital.

⁴³ Schefold aporta conceptos como el de sistemas totalmente productivos (*all-productive system*) y sistemas totalmente entrelazados (*all-enganging*), pero lo hace como y bajo condiciones matemáticas y no como conceptos económicos. No creo que la cosa tenga ni haya tenido mayor recorrido desde el punto de vista del análisis económico.

modities. Además, el texto de Kurz y Salvadori no se limita a Sraffa sino que aborda a otros autores de la historia del análisis económico (Smith, Ricardo, Walras, Marshall, Marx, Bortkiewicz, Charasof, von Neumann, Lindahl, Hicks, Hayek, Debreu). No es que estudien a estos economistas en sí mismos sino en relación con la obra de Sraffa. Valiosísima obra también, pero con los límites ya señalados en toda la obra escrita sobre Sraffa a raíz de la publicación en 1960 de *Producción de mercancías*.

En el año 2000 se publicó otro excelente libro de Kurz, *Critical Essays on Piero Sraffa's Legacy in Economics*. Es una obra colectiva de artículos y comentarios sobre los propios artículos, de Samuelson, Eatwell, Garegnani, Schefold, Salvadori, Hollander, Burmeister, Bidard, Mainwaring, Steedman, Tucci. No supone ningún desarrollo de la obra de Sraffa, pero al menos se expone en esta recopilación temas históricos del análisis económico como son los de la teoría del equilibrio general, sobre los ciclos, la teoría del capital, sobre el ya tradicional retorno de las técnicas en la teoría del capital, la teoría marginalista de la distribución o sobre la supuesta controversia de Hayek, Sraffa y Keynes de la teoría del capital a largo plazo, o sobre el ahorro, la inversión y el capital en modelos de equilibrio desfasados en el tiempo (intertemporales). Más en concreto, se abre el libro con un breve artículo casi obligado de Heinz D. Kurz y Neri Salvadori, dos de los mejores expertos en la obra de Sraffa. Además Kurz es, muerto Garegnani, el albacea de la obra de Sraffa que se halla en el Trinity College (principalmente la correspondencia intelectual de Sraffa con sus colegas del Cambridge inglés). Es interesante el artículo para situar a Sraffa en su contexto histórico, pero nada más. El segundo artículo es de Paul Samuelson. No podemos considerar al economista norteamericano un especialista en Sraffa y lo demuestra en el artículo. Se centra Samuelson a su vez en un artículo de Sraffa de 1926 en lugar de hacerlo en su obra capital *Production of commodities by means of commodities*, considerando el artículo un error (*The fatal 1926 error*). Pero a Sraffa no puede ser juzgado ni por el artículo de 1926 ni de 1925. Dice Samuelson también que su construcción de la mercancía-patrón es irrelevante (*The irrelevance of Sraffa's standard commodity*), lo cual no es cierto porque, en la producción simple, la relación entre esa mercancía que hoy llamaríamos virtual y el modelo de economía real que expone Sraffa ¡es la de que *la razón-patrón* de la primera es igual a *la tasa máxima de ganancia* de la segunda! Con lo que queda conectada significativa y sorprendentemente la economía real definida por Sraffa con sus ecuaciones de comportamiento con la mercancía virtual, también creada por él. Señala Samuelson que Sraffa no tiene una teoría de la demanda, lo cual es cierto, pero es que Sraffa se centra en el excedente y toma como datos tanto la producción como los medios de producción. Es una limitación, cierto, pero que no anula el resto de sus aportaciones. Sraffa podemos considerarlo como un economista del lado de la oferta o, simplemente, del excedente. Acaba Samuelson remitiéndose a Ricardo y Marx. Los dos siguientes artículos del libro son réplicas y comentarios de Kurz y Salvadori que tampoco salen de la problemática-trampa de Samuelson. Salvadori, en un epígrafe de su artículo, explica y justifica el porqué de esa ausencia de Sraffa y poco más. Otro artículo se refiere a Malthus y otro a la polémica Hayek-Keynes-Sraffa. Esta polémica se refiere a la teoría monetaria de Hayek, pero es tan oscura y enrarecida esa supuesta polémica que el autor del artículo (Kurz) trae un texto de Frank Knight pidiendo que le aclaren en qué consiste precisamente esa supuesta polémica. Toda una discusión que apenas tiene interés si el propósito es desarrollar la obra de Sraffa. En otro artículo se vuelve a la famosa polémica —esta creo que más clara— que abrió la gran Joan Robinson preguntándose en qué se mide el capital y que acabó con la derrota intelectual de Samuelson y los que defendían la existencia de un ente económico aparte del trabajo llamado capital (físico) puesto en pie de igualdad con el trabajo. Y dado que no se podía sumar medios de producción (capital) heterogéneos (Garegnani), no se pudo demostrar una relación inversa consistente en todo tiempo y lugar entre capital y trabajo y entre salarios y ganancias. Pero esa polémica, interesante en su momento, no es actual salvo que los marginalistas, en lugar de admitir su derrota, la han incorporado al acervo falso del análisis económico que se estudia

en los manuales. Derrota intelectual,⁴⁴ pero triunfo comercial e ideológico. Pero sin interés actual, salvo nuevas aportaciones con nuevos argumentos.

El conjunto de ensayos recopilados por Pasinetti que es el libro *Essays on the Theory of Joint Production* publicado en 1980 y en italiano en 1977 se emparenta con el libro de Abraham-Frois y Berrebi antes señalado. Es un libro valioso para entender la obra de Sraffa. Además aparece algún concepto nuevo como el de *análisis verticalmente integrado* (*The Notion of Vertical Integration in Economic Analysis*) de Pasinetti. También el intento de Felice Manara de diferenciar matemáticamente sin ambigüedad la existencia de bienes básicos y no básicos. Los esfuerzos de Vari, Baldone y Schefold por aclarar y desarrollar al menos matemáticamente aspectos de la obra de Sraffa (sobre el capital fijo principalmente) son notables.

Piero Sraffa: The Man and the Scholar es una recopilación de artículos varios autores que trata sobre la *ontogénesis* de la obra de Sraffa, explorando los papeles no publicados (el subtítulo del libro es *Exploring his unpublished papers*). Es ya una obra actual porque data del 2008, aunque en los artículos no se especifican la fecha en que fueron escritos. Participan autores ya mencionados como Pasinetti, Kurz, Salvadori, Schefold, Garegnani, Steedman, y se añaden Naldi, Rosselli, Marcuzzo, de Cecco, Signorino, Marion, Napolitano, Gehrke, Nisticò y Rodano. Ayuda a entender los esfuerzos de Sraffa para llegar al producto de 1960. Quiero subrayar al respecto el artículo de Garegnani sobre el capital fijo. También destacar el último artículo del libro firmado por Nisticò y Rodano sobre el legado de Sraffa (*Reflections on Sraffa Legacy's in Economics: a Review Essay*). Los epígrafes sobre la teoría de la demanda (*The Role of Demand*) o las propias conclusiones reflejan cierta desolación en cuanto a las dificultades de la obra de Sraffa para aplicar su obra sin más, sin desarrollarla. Sraffa no tiene una teoría de la demanda y parece que cualquier aspecto de ésta traída desde el marginalismo microeconómico lleva al fracaso. Creo mucho más estimulante hacerlo desde la teoría de la demanda efectiva, integrando a Keynes y Sraffa en un modelo conjunto⁴⁵ y, por tanto, en un modelo macroeconómico pero con fundamentos *sraffianos*.

He dejado casi para lo último un libro que por su título prometía en la consideración que se hace a lo largo de este trabajo de la necesidad de desarrollar la obra de Sraffa y no permanecer en un libro publicado hace 56 años y gestado a lo largo de casi cuatro décadas anterior a su propia publicación. Este libro lleva el título de *Sraffa or an Alternative Economics* y se publica en el año 2008; es decir, es relativamente reciente. Es un buen libro, quizá excelente, pero el título es equívoco, porque apenas aporta algo que sea una alternativa económica al marginalismo o a lo que sea la ortodoxia actual. Y la razón de ello es doble: por un lado sólo con el Sraffa de 1960 no podemos avanzar por las oquedades de su obra, por el carácter de fundamentos que entraña, aunque Sraffa sólo hubiera pretendido –yo no creo que sólo– una crítica al marginalismo o, como subtitula el propio Sraffa su obra, “un preludio a una crítica a la Teoría Económica”; la segunda razón no se debe a lo que no está, sino a las limitaciones o simplificaciones que se impuso a sí mismo el autor como, por ejemplo, considerar los salarios *post-factum*, la unicidad de las tasas de salarios y ganancias, no explicitar formalmente entre bienes básicos y no básicos, trabajar con matrices cuadradas,⁴⁶ no pasar de la tasa máxima de ganancia al concepto de tasa máxima de salarios, mantener siempre el mismo vector de precios para los medios de producción como para los productos finales (es decir, quedarse en un equilibrio monetario). El

⁴⁴ Veamos lo que decía el profesor Manuel Ahijado en *Distribución, precios de producción y crecimiento*: “El libro no intenta la exposición de la crítica al paradigma neoclásico por entender que ésta ha sido realizada con todo éxito en numerosas ocasiones previas, aunque en ocasiones se hará alguna alusión, de pasada, a la misma, por lo demás inevitable”. ¡Y esto lo decía en 1982! El profesor Ahijado tenía razón a medias: la tenía intelectualmente pero lo que ha triunfado en lo ideológico y en los manuales es lo errado que Ahijado denunciaba.

⁴⁵ El autor de este artículo publicó un trabajo en la U. de Málaga bajo el título precisamente de *Modelo integrado Keynes-Sraffa* (eumed.net/Contribuciones a la Economía, marzo 2011) <http://www.eumed.net/ce/2011a/amp7.htm>. El artículo se recoge en *Descifrando a Sraffa*.

⁴⁶ Cosa propia y adecuada en el análisis *input-output* de Leontief, pero no con matrices donde sus elementos son bienes y servicios producidos según procesos.

libro mencionado *Sraffa or an Alternative Economics* en todo caso es muy valioso, pero no para lo que el título propone o sugiere.

La aportación de los españoles sobre Sraffa raya la nadería, pero quiero mencionar aquí el libro de Manuel Ahijado *Distribución, precios de producción y crecimiento* en 1982. El libro de Ahijado nos dice en el prólogo que “no intenta la crítica del paradigma neoclásico [...] sino que su intención es presentar una alternativa a esa paradigma mediante la construcción de otro basado en Sraffa”. Presenta algunos avances en ese camino como es el la construcción de una teoría del comercio internacional basado en la obra de Sraffa, el efecto de los impuestos sobre la producción o el tema de la demanda efectiva. Es un libro excelente, aunque poco desarrollado conceptualmente. En todo caso es una lástima que ningún otro economista español haya seguido el camino abierto por el profesor Ahijado en España. Como manual sí he encontrado un texto de introducción a la Microeconomía (*Sobre los principios de Economía*, 2011, editorial Fragua) de los profesores Joaquín Gómez Villegas y Miguel Gómez-Antonio, que parten precisamente de la obra de Sraffa para asentar esos principios. Una grata sorpresa, pero sólo es un manual.

Se podría alargar estos comentarios de libros sobre Sraffa y apenas podríamos encontrar avances significativos de análisis económico a partir de *Producción de mercancías por medio de mercancías*. Parece el sino de Sraffa, pero no hay que perder la esperanza. El autor de este artículo lo ha intentado en *Descifrando a Sraffa*, en un monográfico publicado en la Universidad Complutense (revista *Nómadas*) y en artículos sueltos. También en un texto aún no publicado que actualiza el libro mencionado. El verdadero legado de Sraffa no está sólo en lo publicado ni en el análisis de la filogénesis de su obra –por valiosa que sea, que lo es– sino en el posible y deseable desarrollo de su obra en el futuro.

4. Bibliografía

- Afriat, Sydey N. 2008. Sraffa's Prices. En *Sraffa or an Alternative Economics*, New York, Palgrave Macmillan, 45-67.
- Abraham-Frois, Gilbert and Berrebi, Edmond. 1979. *Theory of Value, Prices and Accumulation*, Cambridge, UK, Cambridge U. Press.
- Ahijado, Manuel. 1982. *Distribución, precios de producción y crecimiento*. Madrid, Centro de Estudios Universitarios Ramón Areces.
- 1985. *Piero Sraffa: notas para una biografía intelectual*. Madrid, Centro de Estudios Universitarios Ramón Areces.
- Andrews, David. 2014. *Adam Smith's Natural Prices, the Gravitation Metaphor, and the Purposes of Nature*. State. University of New York, Department of Economics. david.andrews@oswego.edu
- Barceló, Alfons. 1989. Piero Sraffa, tres caricaturas y una moraleja, *Revista de 3conomía* (13) 109.
- Barceló, Alfons y Sánchez, Julio. 1988. *Teoría económica de los bienes autorreproducibles*. Barcelona, Oikos-Tau.
- Bellafiore, Ricardo. 2008. “Sraffa after Marx” *Sraffa or An Alternative Economics*, New York Palgrave Macmillan, 68-92.
- Bellafiore, Ricardo y Carter, Scott. 2014. *Towards a new understanding of Sraffa: insight from archival research*. New York, Palgrave MacMillan.
- Bowles, Samuel. 1981. Technical changes and the profit rates: a simple proof of the Okishio theorem, *Cambridge Journal of Economics*, vol. 5, 183-186.
- Caballero, Abel y Lluch, Ernest. 1986. Sraffa en España, *Investigaciones Económicas*, 2ª época, vol. X, 2, 419-23.
- Caballero, Abel. 1979. La teoría del excedente: Marx después de Sraffa, *En Teoría*, 4, Zona Abierta Editores.
- Chiodi, Guglielmo. 2008. Beyond Capitalism: Sraffa's Economic Theory. En *Sraffa or an Alternative Economics*, New York, Palgrave Macmillan, 187-198.

- Crespo, Eduardo y Lazzarini, Andrés. 2013. A 50 Años de “Producción de Mercancías por Medio de Mercancías” de Piero Sraffa, *Circus*, UBA, Buenos Aires, 165-171.
- García, Noberto Emilio. 2010. *La crisis de la macroeconomía*. Madrid, Marcial Pons.
- Garegnani, Pierangelo. 2014. Sraffa: Análisis Clásico versus Marginalista, *Circus* (6), UBA, Buenos Aires, pp. 1-37.
- Gehrke, Christian; Ciccone, Roberto y Mongiovi, Gari. 2013. *Sraffa and Modern Economics I*. New York, Routledge.
- Gehrke, Christian. y Salvadori, Neri. 2011. *Keynes, Sraffa and the Criticism of Neoclassical Theory*. New York, Routledge.
- Gómez Villegas, Joaquín y Gómez de Antonio, Miguel. 2011. *Sobre los principios de economía. Microeconomía*. Madrid, Fragua.
- Harcourt, Geoffrey. 2008. El Pensamiento Económico Heterodoxo del Siglo XX, *Circus* (2), UBA, Buenos Aires, 6-22.
- Hodgson, Geoffrey M. 1991. *After Marx and Sraffa*. New York, Palgrave Macmillan.
- Keen, Steve. 2011. *Debunking Economics*, London, Zed Books
- Kubin, Ingrid. 1991. *Market prices and natural prices: a study in the Theory of the classical process of gravitation*. Frankfurt, Land, Peter and GmbH Internationaler Verlag Der Wissenschaften.
- Kurz, Heinz D. 2000. “The Hayek-Keynes-Sraffa controversy reconsidered” *Critical Essays on Piero Sraffa’s Legacy in Economics*. Cambridge, Cambridge University Press, 257-304.
- Kurz, Heinz D.; Salvadori, Neri. 2001. Sraffa and the mathematicians: Frank Ramsey and Alister Watson. En *Piero Sraffa’s Political Economy*, London, Routledge.
- Kurz, Heinz D.; Salvadori, Neri. 2000. Piero Sraffa’s contributions to economics: a brief survey. En *Critical Essays on Piero Sraffa’s Legacy in Economics*, Cambridge, Cambridge University Press, 3-24.
- Kurz, Heinz D.; Salvadori, Neri. 1997. *Theory of Production*, Melbourne, Cambridge University Press.
- 2008. Representing the Production and Circulation of Commodities in Material Terms: On Sraffa’s Objectivism. En *Piero Sraffa: The Man and the Scholar*, London and New York, Routledge, 249-278.
- 2009. Sraffa y la Teoría del Valor del Trabajo, *Circus*, UBA, Buenos Aires, 25-58.
- Kurz, Heinz D. 2007. *Las contribuciones de Sraffa a la Economía: algunas notas sobre sus trabajos inéditos*. México, U. N. Autónoma de México.
- 2000. The Hayek-Keynes-Sraffa controversy reconsidered. En *Critical Essays on Piero Sraffa’s Legacy in Economics*, Cambridge, Cambridge University Press, 257-304.
- Lange, Oskar and Taylor, Fred M. 1938. *On the Economic Theory of Socialism*, Minnesota, University of Minnesota Press.
- Levero, Enrico Sergio, Palumbo, Antonella y Stirati, Antonella. 2006. Reseña “Sraffa and the Reconstruction of Economic Theory”, *Circus* (6), UBA, Buenos Aires, 172-174.
- Levero, Enrico Sergio. 2011. Some notes on wages and competition in the labour market. En *Sraffa and Modern Economics*, vol. I, 361-384.
- Mongiovi, Gari. 1994, *Keynes, Sraffa and Effective Demand*, London, Palgrave Macmillan.
- Mora Plaza, Antonio. 2011. *Descifrando a Sraffa*. Madrid, Editorial Académica Española.
- Nisticò Sergio; Rodano, Giorgio. 2008. Reflections on Sraffa’s Legacy in Economics: A Review Essay. En *Piero Sraffa: The Man and the Scholar*, London and New York, Routledge, 307-325.
- Nisticò Sergio.: 2008. Sraffa 1926 and Sraffa 1960: an attempt to bridge the gap. En *Sraffa or an Alternative Economics*, New York Palgrave Macmillan, 114-126.
- Pasinetti, Luigi. 1983 [1975]. *Lecciones de teoría de la producción*. México, FCE.
- Potier, Jean-Pierre. 1994 [1987]. *Piero Sraffa*. Valencia, Alfons Magnànim. Traducción de *Un économiste non conformiste. Piero Sraffa (1898-1883). Essay biographique*, Lyon, Presses Universitaires.
- Roncaglia, Alessandro. 1978 [1975]. *Sraffa and the Theory of Prices*. New York, Wiley.

- 2009a. *Piero Sraffa*. New York, Palgrave MacMillan.
- 2009b [2005]. *La riqueza de las ideas*. Zaragoza, Prensas Universitarias de Zaragoza.
- Salvadori, Neri. 2000. Sraffa on Demand: a textual analysis. En *Critical Essays on Piero Sraffa's Legacy in Economics*, Cambridge, Cambridge University Press, 181-197.
- Sánchez Cholí, Julio. 1989. La razón-patrón de Sraffa y el cambio técnico, *Investigaciones Económicas*, 2ª época, Vol. XIII.
- <ftp://ftp.funep.es/InvEcon/paperArchive/Ene1989/v13i1a7.pdf>
- Schefold, Bertram. 1989. *Mr. Sraffa on Joint Production and other essays*, New York. Routledge.
- Steedman, Ian. 1985. *Marx, Sraffa y el problema de la transformación*. México, FCE.
- Spaventa, Luigi. 1984. *Apuntes de Economía Política*. Barcelona, Ariel.
- Sraffa, Piero. 1975 [1960] *Producción de mercancías por medio de mercancías*. Barcelona, Oikos-Tau.
- Vegara, Josep María. 1979. *Economía política y modelos multisectoriales*. Madrid, Tecnos.
- Woods, John E. 1990: *The Production of Commodities. An Introduction to Sraffa*. London, MacMillan.